

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ

ОБЩЕЕ ПОЖЕЛАНИЕ:

- Следуйте предложенному АЛГОРИТМУ
- Начинаяте решение задачи с записи ОБЩИХ ФОРМУЛ
- Адаптируйте *общие* формулы и определения к условиям задачи
- Обязательно сформулируйте *выводы*, обозначьте закономерности
- Используйте эти рекомендации при подготовке к экзамену как руководство по оформлению задач!

Семинар 1 Элементы формализма. Эквивалентные операторы

- 1 Что такое *оператор*?
- 2 Какую роль играет *пробная функция*?
- 3 Сформулируйте правила работы с операторами (сложение, умножение, степень)
- 3 Каким образом можно *сравнивать* операторы?
- 4 Какие операторы можно назвать *эквивалентными*?

Семинар 2 Операторы КвМ. Операция эрмитова сопряжения. Эрмитовы операторы

- 1 Дайте определение *операции транспонирования*
- 2 Дайте определение *операции эрмитова сопряжения*
- 3 Приведите не менее трёх определений эрмитовых операторов (можно и больше?)
- 4 В чём особенность *двойных* операций?
- 5 Каким образом операция эрмитова сопряжения применяется к произведению операторов?
- 6 В чём *особенность* эрмитовых операторов?
- 7 Зачем нужны *не эрмитовы* операторы?
- 8 Каким образом строятся операторы в Квантовой Механике? (Что такое *принцип соответствия*?)

Семинар 3 Коммутаторы

- 1 Что такое *коммутатор*? Это... (одним словом!)
- 2 Математическая запись коммутатора
- 3 Запишите все самые общие случаи *коммутирующих* операторов
- 4 Если один из операторов (или оба!) представляют собой алгебраическую сумму нескольких операторов, то

5 Запишите **тождество Якоби**

6 В каких случаях необходимо использовать *пробную функцию*, а в каких – нет?

Семинар 4 Нормировка волновых функций

1 Запишите условие нормировки

2 Какую *размерность* имеет **элементарный объём** $d\xi$?

3 Какую *размерность* имеет квадрат волновой функции по модулю?

4 Для конкретных ВФ определите сначала *размерность нормировки*

5 Используйте результаты Семинара 2

Семинар 5 Средние значения

1 Запишите **определение** для среднего значения

2 Что в результате вычислений у вас должно получиться?

3 Получите формулу для среднего от квадрата эрмитова оператора в общем виде

4 Получите формулу для среднего значения квантово-механической дисперсии в общем виде!

5 Используйте результаты Семинара 2

Семинар 6 Полная производная по времени

1 Запишите выражение для **полной производной** по времени

2 В чем смысл **частной производной по времени** от оператора?

3 Какие величины называются **интегралом движения** (= *сохраняются*)?

4 Получите формулы дифференцирования по времени для *суммы* и *произведения* операторов

5 Получите производные от базовых операторов – **оператора координаты** и **оператора проекции импульса**

6 Используйте результаты Семинара 3!

Семинар 7 1D Потенциальные барьеры

1 Приведите определение **коэффициентов отражения R** и **прохождения D** в общем виде, используя понятие *плотности тока вероятности*

2 Запишите выражение для **плотности тока вероятности**

3 Запишите выражение для проницаемости потенциального **барьера произвольной формы**

- 4 Запишите уравнение, из которого находятся *точка входа* под барьер и *точка выхода* из-под барьера
- 5 Запишите *аналитическое выражение* для функции, которой представлен потенциальный барьер в задаче
- 6 Определите *параметры* барьера, которые можно варьировать. Оцените возможные *предельные случаи* для этих параметров

Семинар 8 Импульсное представление

- 1 Запишите правило *импульсного представления для волновых функций*
- 2 Запишите *оператор координаты* и *оператор импульса* в координатном и импульсном представлениях
- 3 Оптимизируйте вычисление интегралов, используя формулы Эйлера или формулы дифференцирования по параметру

Семинар 9 Угловой момент

- 1 Запишите *компоненту углового момента* $\hat{L}_z$ в сферической системе координат
- 2 Сформулируйте *условие периодичности* в общем виде. Запишите математическое выражение для этого условия
- 3 Запишите уравнение на *собственные функции* и *собственные значения*

Семинар 10 Линейный гармонический осциллятор

- 1 Запишите волновую функцию линейного осциллятора в *факторизованном виде*
- 2 Нормировку записать в явном виде
- 3 Выпишите *рекуррентные соотношения* для полиномов Эрмита
- 3 Запишите явный вид *осцилляторного параметра*
- 4 Записать *условие ортонормированности*
- 5 Используйте результаты Семинара 8

Семинар 11 Свойства матричных элементов

- 1 Запишите *три определения* матричных элементов
- 2 Выпишите все *свойства матричных элементов*
- 3 Сформулируйте *правила отбора*
- 4 Используйте результаты Семинара 10

Семинар 12 Элементы общей теории углового момента

Используем результаты Семинаров 2-5, 10 и 11!

- 1 Сформулируйте **правила квантования** операторов $\hat{J}^2$ и $\hat{J}_z$
- 2 **! ВАЖНО:** *какая связь между квантовыми числами j и m ?*
- 3 Запишите матричные элементы **для операторов** $\hat{J}^2$ и $\hat{J}_z$. Определите **размерность** соответствующих матриц
- 4 Запишите матричные элементы для **операторов** $\hat{J}_x$ и $\hat{J}_y$. Определите **размерность** соответствующих матриц
- 5 Проанализируйте **правила отбора**: *на этом основании определите какие из элементов равны нулю, а какие надо вычислить!*
- 6 Сформулируйте простые правила построения **транспонированных матриц** и **эрмитово сопряженных матриц**
- 7 Каким образом находятся **обратные матрицы**?

Семинар 13 Свойства дискретных спектров

! Обобщение для 1D и 3D задач

- 1 Сформулируйте свойства волновых функций для дискретных функций *невыврожденного и вырожденного спектров*
 - Ортонормированность
 - Полнота
 - Разложение произвольной функции в ряд по базисным функциям
- 2 Запишите условие для **коэффициентов разложения**
- 3 Запишите волновую функцию для **центрально-симметричного потенциала** в факторизованном виде
- 4 Сформулируйте и запишите **свойства угловых сферических функций**
- 5 Сформулируйте **принцип суперпозиции**

Семинар 14 Свойства двухчастичных систем со спином 1/2

- 1 Выпишите явный вид для **матриц Паули**
- 2 Установите их **свойства эрмитовости**
- 3 Запишите уравнение на собственные функции и собственные значения с использованием **спинорного представления**
- 4 Запишите **произведения матриц Паули**. Сформулируйте **правило цикличности**
- 5 Постройте волновые функции двухчастичной системы из двух **фермионов**
- 6 Используйте результаты Семинара 12

Семинар 15 Кулоновские системы

- 1 Запишите волновую функцию для *центрально-симметричного потенциала* в факторизованном виде
- 2 Запишите радиальное уравнение Шредингера для *полной радиальной функции $R(r)$ и урезанной функции $u(r)$*
- 3 Запишите *условия нормировки* для функций $R(r)$ и $u(r)$
- 4 Запишите *правило квантования* энергетических спектров кулоновских систем
- 5 Запишите все *квантовые числа*, которые характеризуют кулоновскую систему

ИСПОЛЬЗУЙТЕ ЛЕКЦИОННЫЙ МАТЕРИАЛ!